

**Prova scritta di Calcolo delle Probabilità- 21 Luglio 2006 <sup>1</sup>**  
**(CdL Ingegneria Meccanica v.o.)**

1. La corrente che attraversa un diodo a semiconduttore è determinata dall'equazione di Shockley  $I = I_0(e^{aV} - 1)$  dove  $V$  è la tensione ai capi del diodo,  $I_0$  è la corrente di inversione e  $a$  è una costante. Calcolare  $E[I]$  quando  $a=5, I_0=10^{-6}$  e  $V$  è una variabile aleatoria uniforme sull'intervallo  $(1,3)$ .
2. Una azienda produce circuiti integrati, ciascuno dei quali risulta accettabile indipendentemente da tutti gli altri con probabilità  $p$ . Si vuole ottenere un intervallo di confidenza per  $p$  ad un livello del 99% la cui ampiezza sia approssimativamente 0.05. Si raccoglie allora un primo campione di 30 chip, dei quali 26 risultano accettabili. Usando questa informazione
  - (a) determinare il numero di chip necessari ad ottenere un intervallo di confidenza di ampiezza 0.05;
  - (b) Immaginando di trovarne 1040 accettabili, sul numero complessivo determinato sommando la taglia ottenuta al punto (a) con i 30 inizialmente testati, verificare che l'intervallo di confidenza al 99% ha effettivamente ampiezza 0.05 (circa).
3. Una particolare analisi di sangue è efficace al 99% nell'individuare una certa malattia quando essa risulta essere presente. Si possono verificare dei *falsi positivi* con probabilità 1% (ossia l'analisi dice che l'individuo è malato quando invece è sano). Se l'incidenza di questo male sulla popolazione risulta essere dello 0.5%, qual è la probabilità che un soggetto sia malato dato che le analisi hanno dato esito positivo?
4. In una certa zona i dati in possesso delle assicurazioni dicono che in un anno l'82% degli automobilisti non ha alcun incidente, il 15% ha esattamente un incidente e il 3% ne ha due o più. Su un campione aleatorio di 440 automobilisti, nell'ultimo anno 366 non hanno avuto incidenti, 68 ne ha avuto uno, 6 ne hanno avuti 2 o più. Si può concludere che questa sottopopolazione presenta un profilo di rischio diverso da quello generale della zona?
5. Sia  $X$  una variabile aleatoria la cui funzione di densità dipende da un parametro  $\theta$ . Siano  $D_1$  e  $D_2$  due stimatori corretti ed indipendenti del parametro e di varianza rispettivamente  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$ . Si consideri lo stimatore  $D$ :
$$D = \lambda D_1 + (1 - \lambda) D_2 \quad \text{con } \lambda \in (0,1)$$
  - a. Dire se  $D$  è corretto.
  - b. Calcolare la varianza di  $D$ .
  - c. Calcolare il valore di  $\lambda$  per cui la varianza di  $D$  è minima.

---

<sup>1</sup> Risultati martedì 26 Luglio 2006 ore 10.00