

Programma (dettagliato) del corso di

Affidabilità dei sistemi e controllo statistico di qualità

(MAT/06, 6 CFU, a. a. 2010/2011)

Richiami di calcolo delle probabilità: Esperimenti casuali, spazio campione, eventi ed operazioni sugli eventi. Funzione di probabilità. Probabilità condizionata. Eventi indipendenti. Teorema delle probabilità totali. Teorema di Bayes.

Variabili aleatorie: Variabili aleatorie discrete, distribuzione di probabilità, funzione di ripartizione, valore medio e varianza, deviazione standard; variabile aleatoria uniforme discreta, binomiale, geometrica, di Pascal, binomiale negativa, di Poisson, ipergeometrica. Variabili aleatorie continue, funzione densità di probabilità; variabile aleatoria uniforme continua, gaussiana, esponenziale. Uso del Matlab per calcolare le leggi di probabilità e i principali indici sia delle variabili aleatorie discrete che di quelle continue.

Vettori di variabili aleatorie: Coppie di variabili aleatorie discrete, massa di probabilità congiunta e massa di probabilità marginale, funzione di ripartizione doppia e marginale e sue proprietà; coppie di variabili aleatorie continue, funzione densità doppia e marginale e sue proprietà: il caso gaussiano; variabili aleatorie indipendenti, covarianza e correlazione; massa di probabilità e densità di probabilità condizionata; media e varianza di somme di variabili aleatorie. Integrali di convoluzione. La funzione generatrice dei momenti e il suo ruolo nella caratterizzazione delle somme di variabili aleatorie. Teorema del limite centrale. Trasformazioni di variabili aleatorie: la variabile aleatoria chi-quadrato. Funzione gamma. Rapporti di variabili aleatorie: la variabile aleatoria T-student, la variabile aleatoria di Fisher. Vettori di variabili aleatorie di lunghezza maggiore di 2. Generalizzazione della funzione massa di probabilità congiunta e marginale: la variabile aleatoria multinomiale. Applicazioni: definizione di campione casuale. Generalizzazione della funzione densità di probabilità congiunta e marginale: vettori di variabili aleatorie gaussiane. Matrice di covarianza e correlazione. Campioni casuali multivariati.

Affidabilità dei sistemi stocastici: Tempo di vita di un sistema, tipi di guasti, variabile aleatoria esponenziale e suo ruolo nel descrivere il tempo di vita di un sistema, proprietà di assenza di memoria; funzione di affidabilità, funzione di guasto, densità di guasto. Tempo di vita residuo. Tasso di guasto e sue proprietà. Legame tra funzione di affidabilità e tasso di guasto. La curva a vasca da bagno. Tasso di guasto cumulativo e sue proprietà. Confronti tra affidabilità di più sistemi. Variabile aleatoria di Weibull, significato dei parametri di scala e di forma. Caso particolare: legge di Rayleigh. Tasso di guasto per tempi di vita descritti da leggi gaussiane o di Weibull. Affidabilità condizionata e sue proprietà. Tempo medio di guasto. Tempo medio di vita residua. Tempo medio tra due consecutivi guasti. Analisi dei dati relativi ai tempi di vita di un sistema. Uso degli strumenti di statistica descrittiva per formulare una ipotesi sul modello stocastico del tempo di vita. *Probability plotting papers*. Metodi di stima della funzione di guasto. Stima dei parametri con il metodo di massima verosimiglianza e con l'analisi della regressione. Intervalli di confidenza. Uso degli strumenti di statistica inferenziale per convalidare le ipotesi formulate sul modello e sui suoi parametri: test dei segni, test del *ranksum*, test per confrontare le medie di due campioni. Test di Fisher e test chi-quadrato per l'indipendenza. Guasti multipli. Decomposizione di un campione di guasti in più campioni esaminati singolarmente. Prove di affidabilità: caso *failure-terminated* (con e senza rimpiazzo) e caso *time-terminated*. Campioni incompleti.

Affidabilità dei sistemi stocastici complessi: Affidabilità dei sistemi composti in serie e in parallelo e sue proprietà; affidabilità condizionata per sistemi composti. *Life exchange rate matrix*. Tempo medio di vita. Il caso *k-out-of n systems*. Sistemi in *stand by*. Sistemi in *stand by* con *switching* perfetto e con *switching* imperfetto. Applicazioni del teorema di Bayes.

Catene di Markov e affidabilità: Variazione della prestazione di un sistema. Spazio degli stati. Probabilità di transizione. Definizione di catena di Markov. Proprietà di Markov. Distribuzione di probabilità sugli stati al tempo n . Esempio: prove di Bernoulli, passeggiata aleatoria. Spazio delle traiettorie. Matrice di transizione. Catene omogenee. Catene regolari. Densità stazionarie. Catene assorbenti (guasti irreversibili). Forma canonica della matrice di transizione. Probabilità di raggiungere uno stato assorbente. Tempo medio di assorbimento. Esempi di catene di Markov a tempo continuo.

Processi stocastici e affidabilità: Definizione di processo stocastico. Realizzazione di un processo stocastico. Processi stocastici noti. Funzione di ripartizione congiunta di ordine n , funzione densità congiunta di ordine n . Notazioni e stime. Processi stocastici di rinnovo. Tempo di attesa per l' n -esimo rinnovo. Uso dell'integrale di convoluzione. Funzione dei rinnovi. Un caso particolare di processo di rinnovo: il processo di Poisson. Le varie definizioni del processo di Poisson e la dimostrazione della loro equivalenza. Il processo di Poisson come limite del processo di Bernoulli. I tempi di interarrivo di un processo di Poisson e la variabile aleatoria esponenziale. Altre variabili di interesse nei processi di rinnovo: tempo di vita residua, tempo di vita corrente, tempo di vita totale. Il paradosso dei rinnovi. Cenni all'equazione dei rinnovi. Cenni ad altri tipi di processi utili: processi di nascita-morte, processi gaussiani, processi markoviani.

Controllo statistico di qualità: Affidabilità di un processo di produzione. Istogrammi. Diagrammi di Pareto. Diagrammi di cause ed effetto. Schede di controllo. Carte di controllo. Processi sotto controllo statistico e fuori controllo statistico e loro relazione con la teoria dei processi stocastici. La carta dei 3-sigma. Le regole di zona di una carta di controllo. Lettura di una carta di controllo. La carta per il monitoraggio della media di un processo produttivo e sua costruzione in Matlab. Applicare le regole di zona in Matlab. La carta per il monitoraggio della variabilità di un processo produttivo e sua costruzione in Matlab. Escursione relativa. Carta di tolleranza. Processi stazionari e non stazionari, con o senza autocorrelazione. Carte *moving range*. Curva caratteristica operativa: probabilità di falso allarme e di mancato allarme. Come usare la curva caratteristica operativa per scegliere la dimensione dei sottocampioni. Strategia di scelta dei sottocampioni. *Average long run*. *Average time to signal*. Efficienza relativa degli stimatori per la variabilità del processo produttivo: la S-chart. Capacità di un processo di produzione. Gli indici C_p e C_{pk} : la strategia *six-sigma*. Intervalli di confidenza per l'indice C_p . Carte di controllo per attributi: la carta p , la carta np , la carta u e la carta c . Costruzione di queste carte in Matlab. Limite delle carte Shewart. Uso della carta CUMSUM e della *exponentially weigthed moving averange chart*.

Progettazione del processo produttivo: ANOVA (*analysis of variance*) ad un fattore. Il modello matematico. Decomposizione della variabilità totale nella variabilità dei livelli del fattore e nella variabilità dell'errore. Notched box-plots. Confrontare le medie dei livelli con il Matlab. Analisi dei residui per validare il modello. ANOVA ad effetti fissi e ad effetti casuali. ANOVA a blocchi e ANOVA a due fattori senza repliche. Il modello matematico. Decomposizione della variabilità totale nella variabilità dei livelli dei due fattori e nella variabilità dell'errore. ANOVA a due fattori con repliche. Il modello matematico. Decomposizione della variabilità totale nella variabilità dei livelli del fattore, nella variabilità dell'errore e nella variabilità delle interazioni. Test di Fisher. Le interazioni tra due fattori. Approccio OFAT: variare un fattore uno alla volta. Esperimenti fattoriali: variabile di risposta. Effetto principale di un fattore, effetto di un fattore sulla variabile risposta. Piani fattoriali 2^k : studio dei casi $k=2$ e $k=3$. Interpretazione geometrica. Valutare gli

effetti delle interazioni tra fattori. Grafico delle interazioni. Test sulle interazioni dei fattori e test sulle medie dei fattori. Uso della function ANOVAN in Matlab. Piani fattoriali ortogonali. Riduzione di un piano ortogonale a metà. Progettazione robusta del Taguchi. Funzione perdita NB (*normal is better*), HB (*high is better*), LB (*low is better*). Valutazione della funzione perdita quando la prestazione è aleatoria. Funzione segnale/rumore. Piani incrociati.

Testi consigliati.

- *Paolo Citti, Gabriele Arcidiacono e Gianni Campatelli* **Fondamenti di Affidabilità**. McGraw-Hill (2003)
- *Murray R. Spiegel*, **Statistica 2/ed**, Collana Schaum
- *Montgomery Douglas C.*, **Controllo statistico della qualità** McGraw-Hill (2005)